

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PRESENTACIÓN				
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA/ASIGNATURA	MATEMÁTICAS			
	DOCENTE:	ELIZABETH FERNÁNDEZ SÁNCHEZ			
	PERIODO	GRADO	Nº	FECHA	DURACIÓN
	3	10º	4	Septiembre de 2026	8 HORAS

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- ✓ Comprensión e interpretación de las identidades de funciones trigonométricas de sumas y restas de ángulos para simplificar expresiones trigonométricas con ángulos compuestos.
- ✓ Análisis y aplicación en clase de los conceptos trigonométricos vistos en situaciones problemas propuestas por el profesor.
- ✓ Encuentro del conjunto solución de diversas ecuaciones trigonométricas dadas empleando las identidades trigonométricas fundamentales y los signos de las funciones trigonométricas en los cuadrantes del plano cartesiano.

GUÍA No. 4

Identidades Trigonométricas

MOMENTO 1: Momento de Exploración.

Exploración: ¿Qué ocurre cuando cambia el ángulo?

Tiempo: 15 minutos

Considera la expresión:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$$

Antes de realizar los cálculos, responde:

¿Crees que el resultado cambia cuando cambia el valor de θ ?

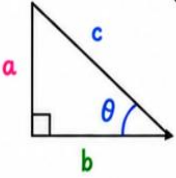
Predicción: _____

Ahora utiliza la calculadora científica en **modo DEG** y completa:

θ	$\sin \theta =$	$\cos \theta =$	$\sin^2 \theta =$	$\cos^2 \theta =$	$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta =$
0°					
30°					
45°					
60°					
90°					

MOMENTO 2: Estructuración:

Ver el siguiente video1: <https://youtu.be/PbvKVSWyvpl?si=2ZEeuTsNfKDpf8rq>



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

Guía rápida de reglas y ejemplos

$\times^2$

1 ¿QUÉ SON?

Son igualdades que relacionan las razones trigonométricas entre sí y son verdaderas para cualquier ángulo donde estén definidas.

★ Muy útiles para simplificar expresiones y resolver ejercicios.

2 IDENTIDADES FUNDAMENTALES

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$
$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$
$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

Donde:

- $\sin \theta = \sin \theta$
- $\cos \theta = \cos \theta$
- $\tan \theta = \tan \theta$
- $\cot \theta = \cot \theta$
- $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$
- $\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$

3 IDENTIDADES DE COCIENTE

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$
$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$
$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$
$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

Recuerda: Estas se obtienen directamente de las definiciones de las razones trigonométricas.

4 IDENTIDADES DE RECIPROCIDAD

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}$$
$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$$
$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$
$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

💡 Cada razón por su recíproca es igual a 1.

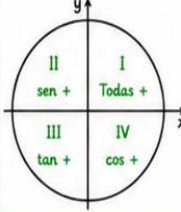
5 IDENTIDADES DE COFUNCIÓN

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$
$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$
$$\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$$
$$\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$$
$$\sec(90^\circ - \theta) = \csc \theta$$
$$\csc(90^\circ - \theta) = \sec \theta$$

★ Relacionan las razones de ángulos complementarios (suman 90°).

6 IDENTIDADES DE SIGNO

Las razones trigonométricas tienen signos según el cuadrante:



Regla Mnemotécnica: En el cuadrante I todas son positivas. "Todos Somos Buenas Compañeras"

7 EJEMPLOS

Ejemplo 1:
Simplifica: $\tan^2 \theta + 1$
Usamos la identidad fundamental:
 $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$
 $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$

Ejemplo 2:
Simplifica: $1 - \sin^2 \theta$
Usamos la identidad fundamental:
 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
Despejamos $\cos^2 \theta$:
 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$

Ejemplo 3:
Simplifica: $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$
Multiplicamos por el conjugado:
$$\frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)} = \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{\sin^2 \theta}$$
$$= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta + \csc \theta$$

8 PARA QUÉ SIRVEN

- 🎯 Simplificar expresiones trigonométricas complejas.
- 🧮 Resolver ecuaciones y problemas trigonométricos.
- 📈 Demostrar igualdades y propiedades.
- 💡 Aplicaciones en física, ingeniería y más.

✓

💡 **RECUERDA:** Las identidades son herramientas poderosas. ¡Memorízalas, entiéndelas y aplícalas con práctica! 📖



MOMENTO 3 de Práctica:

Actividad 1. Reconoce la identidad

Tiempo: 10 minutos

Completa cada expresión sin utilizar calculadora.

1. $\sin^2\theta + \cos^2\theta =$
2. $1 + \tan^2\theta =$
3. $1 + \cot^2\theta =$
4. $\tan\theta =$
5. $\cot\theta =$
6. $\sec\theta =$
7. $\csc\theta =$
8. $1 - \sin^2\theta =$
9. $\sec^2\theta - \tan^2\theta =$
10. $\csc^2\theta - \cot^2\theta =$

Actividad 2. Simplifica paso a paso

Tiempo: 15 minutos

Simplifica cada expresión hasta obtener su forma más sencilla. Escribe en cada paso la identidad utilizada.

1. $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

2. $\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

3. $\frac{1-\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$

4. $\frac{\sec^2\theta-1}{\tan^2\theta}$

5. $\frac{\csc^2\theta-1}{\cot^2\theta}$

6. $\sin\theta \csc\theta$

7. $\cos\theta \sec\theta$

8. $\tan\theta \cot\theta$

Actividad 3. ¿Verdadero o falso?

Determina si cada afirmación es verdadera o falsa. Las respuestas deben estar justificadas mediante una identidad trigonométrica.

Afirmación

V/F

Justificación

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta$$

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\sin\theta \csc\theta = 1$$

$$\tan\theta \cot\theta = 1$$

Afirmación**V/F****Justificación**

$$1 + \tan^2 \theta = \csc^2 \theta$$

Actividad 4. Demuestra la identidad**Tiempo: 15 minutos**

En estos ejercicios no debes reemplazar θ por un valor numérico. Parte de uno de los miembros y transfórmalo hasta obtener el otro.

Nivel 1

1. $\frac{\tan \theta}{\sec \theta} = \sin \theta$

2. $\frac{\cot \theta}{\csc \theta} = \cos \theta$

3. $\sin \theta \cot \theta = \cos \theta$

Nivel 2

4. $\frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \sin \theta$

5. $\frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta} = \cos \theta$

6. $\frac{\sec^2 \theta - 1}{\tan \theta} = \tan \theta$

Reto

7. $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$

Pista: multiplica por el conjugado y utiliza

$$1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta.$$

Actividad 5. Detectives del error**Tiempo: 5 minutos**

Una estudiante realizó el siguiente procedimiento:

$$\frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

Como

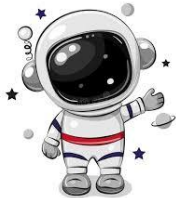
$$1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta,$$

entonces escribió:

$$\frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta} = \cos^2 \theta.$$

Responde:

- a. ¿El procedimiento es correcto?
- b. ¿En qué paso se encuentra el error?
- c. Corrige el procedimiento.
- d. ¿Cuál es el resultado correcto?



“Pensar es el diálogo del alma consigo misma”.

Platón